1. Soluție: *Tarzan*

Se dă:

F=1400N

m=80kg

l=5,5m

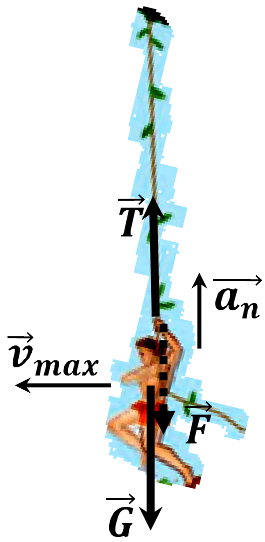
Se cere:

$v = v_{max} -?$

Rezolvare:

Evident că Tarzaan va avea viteza maximală în punctul cel mai de jos al traiectoriei. În acest caz Tarzan acționează asupra funiei cu o forță F în jos,
astfel în funie apare o forță de tensiune orientată în sus
şi conform legii a III-ea a lui Newton vom avea:

$$\vec{F} = -\vec{T} \quad (1)$$



Iar pentru Tarzan putem scrie Legea a II-a lui Newton:

$$\vec{G} + \vec{T} = m\vec{a}_n \quad (2)$$

Trecem la forma scalară:

$$T - F = 0 \quad (3)$$

şi

$$T - G = ma_n \quad (4)$$

Unde
$$a_n = \frac{v^2}{l} \quad (5)$$

Din relațiile (3), (4) şi (5) obținem: $v = \sqrt{\left(\frac{F}{m} - g\right) \cdot l} \quad (6)$

Calcule: $v = \sqrt{\left(\frac{1400N}{80kg} - 10\frac{N}{kg}\right) \cdot 5{,}5m} \approx 6{,}42\frac{m}{s}$

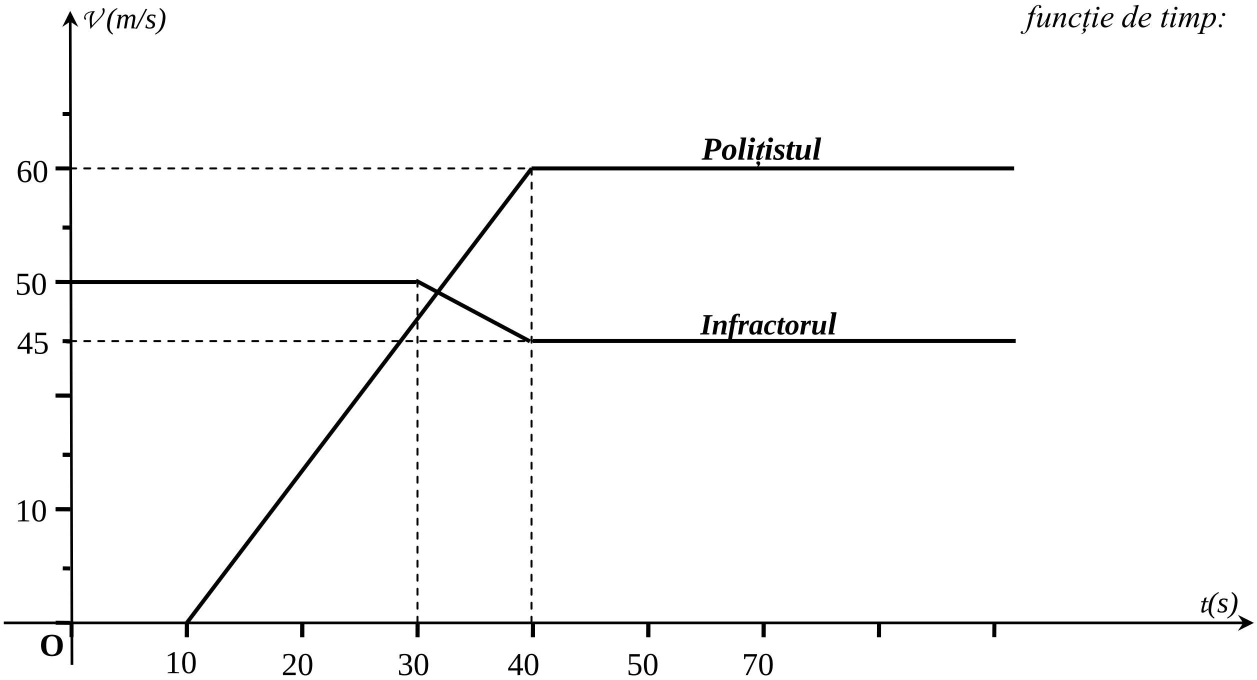
Răspuns: Viteza maximă ce o dezvoltă Tarzan este de aproximativ $6{,}42\frac{m}{s}$.

2. Soluție: ***Poliția rutieră.***

Se dă:	***SI***	***Notițe***
$d = 1km$	$1000m$	*Distanța inițială între automobile*
$v_{02} = 180\frac{km}{h}$	$50\frac{m}{s}$	*Viteza infracrorului*
$v_1 = 216\frac{km}{h}$	$60\frac{m}{s}$	*Viteza care o atinge automobilul polițistului*
$v_2 = 162\frac{km}{h}$	$45\frac{m}{s}$	*Viteza care o atinge infractorul după frînare*
$\tau_1 = 30s$		*Timpul necesar accelerării automobilului poliției*
$v_{01} = 0$		*Viteza inițială a polițistului*
$t_1 = 30s$		*Timpul în care infractorul î-şi micşorează viteza*
$\tau_2 = 20s$		*Timpul după care infractorul începe să frîneze din momentul pornirii p.*
$t_2 = 10s$		*Timpul frînării infractorului*

Se cere:	
a) $a_1 -?$ $a_2 -?$ ***b)*** $\tau -?$ ***c)*** $x -?$ ***d)*** *Graficul* $v(t)$*-?* ***e)*** *Graficul* $x(t)$*-?*	***a)*** $a_1 = \frac{v_1 - v_{01}}{t_1}$ (1) $a_1 = \frac{60\frac{m}{s} - 0}{30s} = 2\frac{m}{s^2}$ $a_2 = \frac{v_2 - v_{02}}{t_2}$ (2) $a_2 = \frac{45\frac{m}{s} - 50\frac{m}{s}}{20s} = -0{,}25\frac{m}{s^2}$ ***Răspuns:*** $a_1 = 2\frac{m}{s^2}$ – *accelerația automobilului poliției* $a_2 = -0{,}25\frac{m}{s^2}$ – *accelerația automobilului infractorului*

d) *Pentru comoditate mai întîi vom constru graficul variației proiecției vitezei* automobilelor *în funcție de timp:*



b) Din graficul $\mathcal{V}(t)$ observăm că după 40 secunde ambele automobile se vor mişca uniform.
Vom afla mai întîi distanța parcursă de fiecare automobil pînă la aceste 40s, folosind faptul că aria mărginită de graficul funcției $\mathcal{V}(t)$ şi axa timpului este numeric egală cu distanța parcursă de mobil.
Deci:
Pentru polițist –

$$d_1 = \frac{60\frac{m}{s} \times (30s - 10s)}{2} = 600m$$

Pentru infracor –

$$d_2 = 50\frac{m}{s} \times 30s + \frac{\left(50\frac{m}{s} + 45\frac{m}{s}\right) \times (40s - 30s)}{2} = 1975m$$

În acest moment distanța dintre automobile va fi:

$$d_r = d_2 - d_1 + d = 1975m - 600m + 1000m = 2375m$$

Iar viteza relativă a unuia față de altul este:

$$v_r = v_1 - v_2 = 60\frac{m}{s} - 45\frac{m}{s} = 15\frac{m}{s}$$

Acum uşor determinăm timpul după care polițistul ajunge pe infractor:
$\tau = \tau_1 + \frac{d_r}{v_r} = 30s + \frac{2375m}{15\frac{m}{s}} \approx 188s$

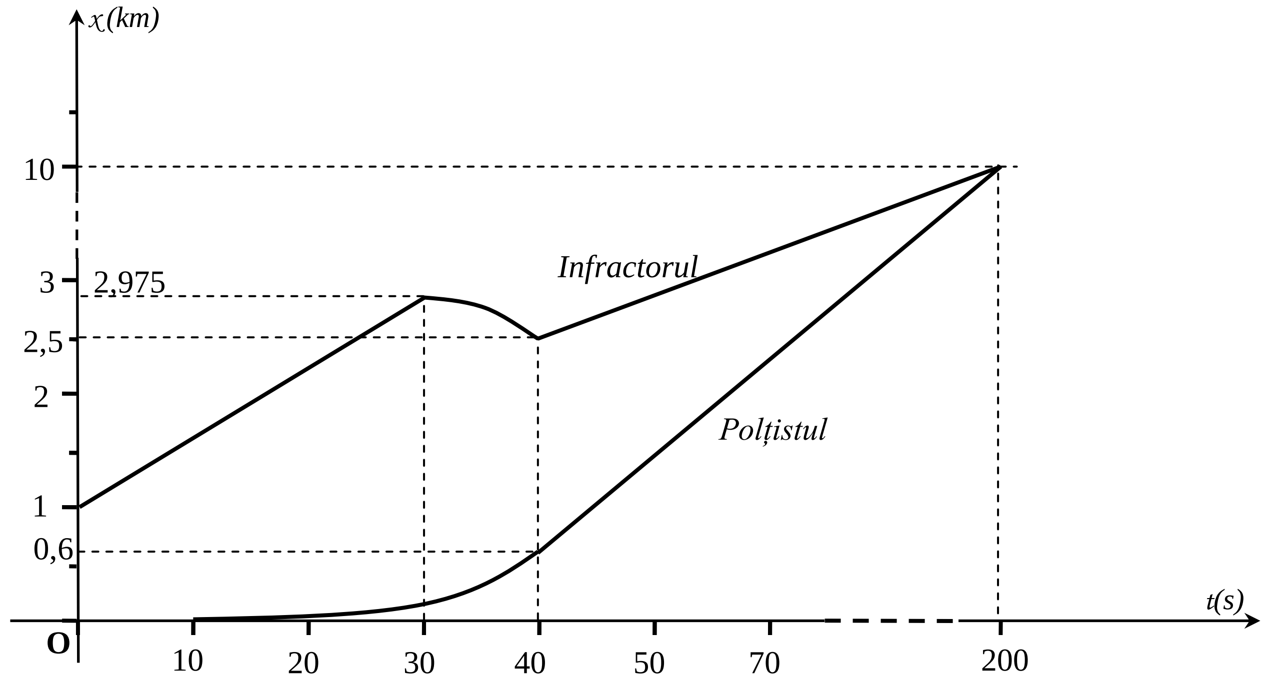
Răspuns: *Observăm că după $\tau \approx 188s$ polițistul va ajunge pe infractor.*

c) Locul unde polițistul va ajunge infractorul este:

$$x = d_1 + v_1 \cdot (\tau - \tau_1) = 600m + 60\frac{m}{s} \cdot 158s = 10080m \approx 10km$$

Răspuns: *Întîlnirea va avea loc la $x \approx 10km$ de locul de pornire a polițistului.*

Graficul x(t) va avea o formă:



3. Soluție: ***Pămîntul și Marte***

Se dă:	Rezolvare:

Se dă:

$M_P = 6 \times 10^{24}\ kg$

$M_M = 0{,}11 \cdot M_p$

$X_P = 1{,}5 \times 10^{11}\ m$

$X_M = 1{,}52 \cdot X_P$

Se cere:

a) $F_P - ?$

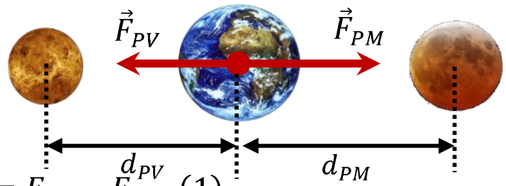
b) t_{PV} -? t_{PM} -?

c) X_{cm}-?

d) ε_M-?

Rezolvare:

a) Rezultanta forțelor de gravitație din partea celor două planete ce acționează asupra pămîntului este:



$$F_P = F_{PV} - F_{PM} \quad (1)$$

Unde

$$F_{PM} = k\frac{M_P \cdot M_M}{d_{PM}^2} = k\frac{M_P \cdot M_M}{(X_M - X_P)^2} = k\frac{M_P \cdot 0{,}11 \cdot M_P}{(1{,}52 \cdot X_P - X_P)^2} = \frac{0{,}11}{(1{,}52)^2} \cdot k\left(\frac{M_P}{X_P}\right)^2 \quad (2)$$

$$F_{PV} = k\frac{M_P \cdot M_V}{d_{PV}^2} = k\frac{M_P \cdot M_V}{(X_V - X_P)^2} = k\frac{M_P \cdot 0{,}82 \cdot M_P}{(X_P - 0{,}72 X_P)^2} = \frac{0{,}82}{(0{,}28)^2} \cdot k\left(\frac{M_P}{X_P}\right)^2 \quad (3)$$

Înlocuim (2) şi (3) în (1) :

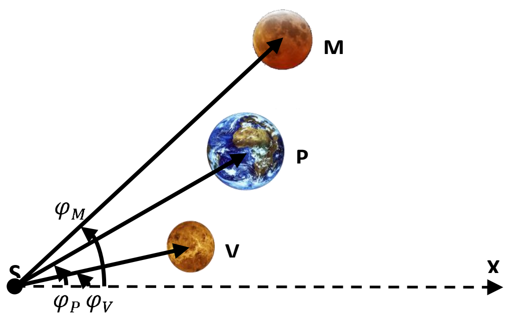
$$F_P = \frac{0{,}82}{(0{,}28)^2} \cdot k\left(\frac{M_P}{X_P}\right)^2 - \frac{0{,}11}{(1{,}52)^2} \cdot k\left(\frac{M_P}{X_P}\right)^2 = \left[\frac{0{,}82}{(0{,}28)^2} - \frac{0{,}11}{(1{,}52)^2}\right] \cdot k\left(\frac{M_P}{X_P}\right)^2 \quad (4)$$

Calcule:

$$F_P = \left[\frac{0{,}82}{(0{,}28)^2} - \frac{0{,}11}{(1{,}52)^2}\right] \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^{24} kg}{1{,}5 \cdot 10^{11} m}\right)^2 \approx 1{,}11 \cdot 10^{19} N$$

Răspuns: Rezultanta forțelor de gravitație din partea celor două planete ce acționează asupra pămîntului este orientată spre Venus şi are valoarea de aproximativ $1{,}11 \cdot 10^{19} N$.

b) Vom scrie ecuațiile de mişcare a planetelor față de centrul Soarelui în coordonate polare:



$$\varphi_V = \omega_V \cdot t = \frac{2\pi}{T_V} \cdot t = \frac{1}{0{,}615} \cdot \frac{2\pi}{T_P} \cdot t \quad (5)$$

$$\varphi_P = \omega_P \cdot t = \frac{2\pi}{T_P} \cdot t \quad (6)$$

$$\varphi_M = \omega_M \cdot t = \frac{2\pi}{T_M} \cdot t = \frac{1}{1{,}88} \cdot \frac{2\pi}{T_P} \cdot t \quad (7)$$

Condiția ca planetele Pămînt şi Venus să fie pe o linie de o parte a Soarelui este:

$\varphi_V - \varphi_P = 2\pi$ (8) Analog pentru Pămînt şi Marte: $\varphi_P - \varphi_M = 2\pi$ (9)

Înlocuim (5), (6) în (8) şi (6), (7) în (9):

$$\frac{1}{0{,}615} \cdot \frac{2\pi}{T_P} \cdot t - \frac{2\pi}{T_P} \cdot t = 2\pi \quad => \quad t = t_{PV} \approx 1{,}60 \cdot T_P$$ - pentru Pămînt - Venus

$$\frac{2\pi}{T_P} \cdot t - \frac{1}{1{,}88} \cdot \frac{2\pi}{T_P} \cdot t = 2\pi \quad => \quad t = t_{PM} \approx 2{,}14 \cdot T_P$$ - pentru Pămînt - Marte

Răspuns: Pămîntul şi Marte se vor plasa pe o line față de Soare după $2{,}14 \cdot T_P$,

iar Pămîntul şi Venus peste $1{,}60 \cdot T_P$.

c) Poziția centrului de masă dintre aceste planete față de Soare se află după relația:

$$Xcm = \frac{M_V X_V + M_P X_P + M_M X_M}{M_V + M_P + M_M} = \frac{0{,}82 \cdot M_P \cdot 0{,}72 \cdot X_P + M_P X_P + 0{,}11 \cdot M_P \cdot 1{,}52 \cdot X_P}{0{,}82 \cdot M_P + M_P + 0{,}11 \cdot M_P} \approx 0{,}91 \cdot X_P \quad (10)$$

Răspuns: Poziția centrului de masă dintre aceste planete față de Soare este de aproximativ $0{,}91 \cdot X_P$

d) Cîmpul gravitațional creat de Pămînt, Martie şi Venus în regiunea centrului Soarelui este:

$\vec{\Gamma}_S = \vec{\Gamma}_{VS} + \vec{\Gamma}_{PS} + \vec{\Gamma}_{MS}$ (11) sau scalar $\Gamma_S = \Gamma_{VS} + \Gamma_{PS} + \Gamma_{MS}$ (12) - intensitatea cîmpul rezultant.

$\Gamma_{VS} = k\dfrac{M_V}{X_V^2}$ (13) - intensitatea cîmpul creat de Venus în regiunea centrului Soarelui .

$\Gamma_{PS} = k\dfrac{M_P}{X_P^2}$ (14) - intensitatea cîmpul creat de Pămînt în regiunea centrului Soarelui .

$\Gamma_{MS} = k\dfrac{M_M}{X_M^2}$ (15) - intensitatea cîmpul creat de Martie în regiunea centrului Soarelui .

Înlocuim (13), (14) şi (15) în (12), obținem: $\Gamma_S = k\left(\dfrac{M_V}{X_V^2} + \dfrac{M_P}{X_P^2} + \dfrac{M_M}{X_M^2}\right)$(16)

În caz dacă nu ar exista Marte şi Venus , pentru ca acțiunea gravitațională asupra Soarelui din partea Pămîntului să rămînă aceeaşi, este nevoie să se îndeplinească următoarea condiție:

$\Gamma_S = \Gamma'_S$ (17)

Unde $\Gamma'_S = k\dfrac{M'_P}{X_P^2}$ (18) - intensitatea cîmpului creat de Pămîntul cu altă masă M'_P.

Înlocuind (18) şi (16) în (17) obținem :

$$k\left(\frac{M_V}{X_V^2} + \frac{M_P}{X_P^2} + \frac{M_M}{X_M^2}\right) = k\frac{M'_P}{X_P^2} \Rightarrow M'_P = M_P + M_V\left(\frac{X_P}{X_V}\right)^2 + M_M\left(\frac{X_P}{X_M}\right)^2 \quad (19)$$

Procentul ce arată cu cît masa Pămîntului ar fi mai mare se determină după relația:

$$\varepsilon_M = \frac{M'_P - M_P}{M_P} \times 100\% \quad (20)$$

Înlocuim (20) în (21) : $\varepsilon_M = \dfrac{M_V}{M_P} \cdot \left(\dfrac{X_P}{X_V}\right)^2 + \dfrac{M_M}{M_P} \cdot \left(\dfrac{X_P}{X_M}\right)^2 \times 100\%$ (21)

Calcule: $\varepsilon_M = \dfrac{0{,}82 \cdot M_P}{M_P} \cdot \left(\dfrac{X_P}{0{,}72 \cdot X_P}\right)^2 + \dfrac{0{,}11 \cdot M_P}{M_P} \cdot \left(\dfrac{X_P}{1{,}52 \cdot X_P}\right)^2 \times 100\% \approx 163\%$

Răspuns: Aproximativ cu 163% mai mare.

4. Soluție: ***Ceainicul electric***

Se dă:	***Rezolvare:***

Se dă:

R=20Ω

V=1,2 l =1,2·10⁻³m³

U=220V

τ=5min=300s

t_1=20°C

$$c = 4200\frac{J}{kg^oC}$$

$$D = 1\frac{g}{cm^3} = 1000\frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_{Au} = 2{,}2 \cdot 10^8 \Omega \times m$$

$$\rho_{Kn} = 50 \cdot 10^8 \Omega \times m$$

$$\eta_1 = \eta_2$$

Se cere:

a) explicație

b) η - ?

c) τ_1

Rezolvare:

a) - În urma încălzirii apa se dilată destul de mult.

- La fierbere în urma spargerii bulelor suprafața apei este în mişcare intensivă.

- Vaporii care se elimină nu reuşesc să treacă prin orificiul şi produc o anumită presiune pe capac.

b) Randamentul ceainicului electric se determină după relația:

$$\eta = \frac{Q_{util}}{Q_{consumat}} \times 100\% \quad (1)$$

Unde :

$Q_{util} = c \cdot D \cdot V \cdot (t_f - t_1)$ (2) - cantitatea de căldură necesară pentru a aduce apa la fierbere.

$Q_{consumată} = \frac{U^2}{R} \cdot \tau$ (3) - cantitatea de căldură disipată prin efect Joule de către spirala ciainicului.

Înlocuim (2) şi (3) în (1):

$$\eta = \frac{c \cdot D \cdot V \cdot R \cdot (t_f - t_1)}{U^2 \cdot \tau} \times 100\% \quad (4)$$

Calcule:

$$\eta = \frac{4200\frac{J}{kg \cdot^o C} \cdot 1000\frac{kg}{m^3} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3}m^3 \cdot 20\Omega \cdot (100^oC - 20^oC)}{(220V)^2 \cdot 300s} \times 100\% \approx 67\%$$

Răspuns: $\eta \approx 67\%$

c) Deoarece $\eta_1 = \eta_2$ (5) , iar $R = \rho\frac{l}{S}$ (6)

Atunci:

$$\frac{Q_u \cdot \rho_{Kn} \cdot l}{U^2 \cdot \tau \cdot S} \times 100\% = \frac{Q_u \cdot \rho_{Au} \cdot l}{U^2 \cdot \tau_1 \cdot S} \times 100\%$$

De unde obținem: $\tau_1 = \tau \cdot \frac{\rho_{Au}}{\rho_{Kn}}$ (7)

Calcule: $\tau_1 = 5min \cdot \frac{2{,}2 \cdot 10^8 \Omega \times m}{50 \cdot 10^8 \Omega \times m} = 0{,}22min = 13{,}2s$

Răspuns: $\tau_1 = 0{,}22min = 13{,}2s$